Chapitre III

LA COUCHE LIMITE

&

LE TRANSFERT THERMIQUE PAR CONVECTION

I – Introduction

Dans le chapitre précédent, nous avons déterminée les groupes adimensionnels pour mettre en corrélation les données expérimentales de transmission de chaleur par convection forcée et libre. Nous avons trouvé que

$Nu = f(Re, Pr, Ec)$ Convection forcée

$Nu = f(Gr, Pr)$ Convection libre

Pour déterminer à partir de ces groupements des relations fonctionnelles, il est nécessaire d'avoir recours aux expériences ou aux méthodes analytiques.

Dans ce chapitre nous allons considérer les méthodes analytiques d'approche et les appliquées aux problèmes de transmission de chaleur entre une plaque plane et un fluide incompressible s'écoulant parallèlement à sa surface.

En raison de la différence dans les caractéristiques d'écoulements pour les régimes laminaire et turbulent, nous considérons d'abord la couche limite laminaire, qui peut être soumise à la fois à une analyse approchée et une étude mathématique exacte.

II- Concept de couche limite thermique

L'étude des écoulements au voisinage des parois, donc, dans des zones dites de couches limites, s'avère nécessaire pour la détermination des échanges de chaleur par convection entre un fluide en écoulement et un solide.

II-1- Conditions aux limites

Il est temps de prendre en considération le problème des conditions aux limites à la paroi pour aborder les phénomènes de transfert de chaleur dans la couche limite. Ceci va nous amener à distinguer :

a) Condition de 1ère espèce (ou Dirichlet)

Cette condition consiste à imposer la température de surface : T_P imposée

C'est la plus difficile à réaliser expérimentalement, mais généralement la plus simple à utiliser dans les calculs.

b) Condition de 2ème espèce(ou de Neumann)

La condition de Neumann impose le flux à la surface : φ imposé

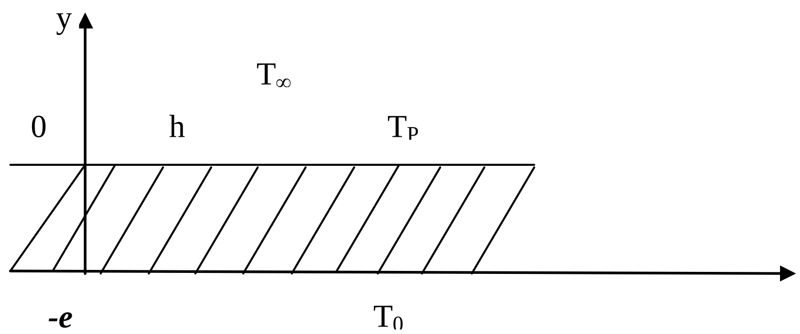
Elle est assez facile à réaliser en utilisant le rayonnement ou l'effet joule par exemple.

c) Condition de 3^{ième} espèce(ou de Fourier)

La condition de Fourier consiste à relier le transfert de chaleur à la paroi et dans le fluide en fixant un coefficient d'échange coté fluide. Elle s'exprime par l'égalité des flux à l'interface :

$$-\lambda_s\left(\frac{\partial T_S}{\partial y}\right) = h(T_p - T_\infty)$$

Où s caractérise le solide (c'est-à-dire la paroi), le coefficient d'échange ***h*** étant donné.
Le cas limite $h=0$ nous ramène à la condition de 2^{ième} espèce φ=0 (paroi isolée).
A l'inverse, le cas limite $h\to\infty$ correspond à une condition de 1ère espèce : le flux est nécessairement fini, $h\to\infty$ entraine $T_P=T_\infty$
Prenons maintenant en considération l'épaisseur ***e*** de la paroi et notons T_0 la température de surface du coté opposé au fluide.



Alors, la relation ci-dessus s'écrit :

$$\lambda_s\left(\frac{(T_0 - T_P)}{e}\right) = h(T_p - T_\infty)$$

Ce qui donne

$$\frac{T_0 - T_P}{T_p - T_\infty} = \frac{he}{\lambda_s} = Bi$$

C'est un groupement sans dimension appelé « nombre de Biot »

d) Condition de 4ème espèce (couplage conduction-convection)

La dénomination « condition de 4ème espèce » désigne à la fois une généralisation et une formulation plus physique de la condition de 3ème espèce, qui conduit naturellement à la notion de couplage entre conduction et convection.
Dans la condition de 3ème espèce, au lieu de fixer le coefficient d'échange et de considérer T_P et T_0 uniformes, tenons compte des acquis antérieurs et admettons que T_P et h sont gouvernés par la structure de l'écoulement, ce qui implique en particulier qu'ils soient fonction de x. il convient alors d'adapter l'écriture de la 3ème condition sous la forme :

$$-\lambda_s\left(\frac{\partial T_S}{\partial y}\right)_{y=0} = -\lambda_f\left(\frac{\partial T_f}{\partial y}\right)_{y=0} = h_x(T_1(x) - T_\infty)$$

Où l'indice f désigne le fluide et T_1 la température inter-faciale au lieu de T_P, figure ci-dessous.
De la sorte, le champ de température dans l'ensemble du domaine solide-fluide dépend à la fois des caractéristiques de la paroi, de l'écoulement et de la condition à la limite en y=-e. on se trouve bien dans une situation de couplage entre la convection et la conduction.
On considère que le gradient de température suivant x est très faible par rapport au gradient suivant y, c'est-à-dire la conduction longitudinale est négligeable. Le profile de température reste linéaire entre y =-e et y =0 (voir figure ci-dessous).

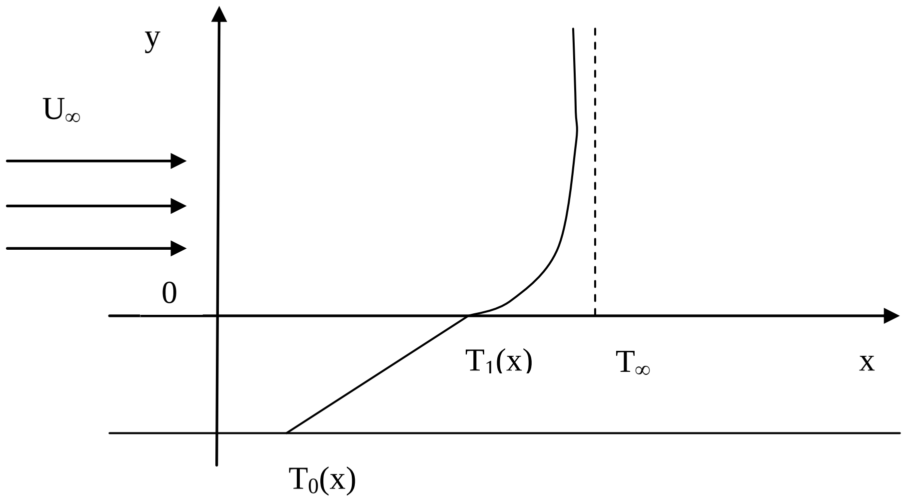
La forme adimensionnelle $\dfrac{T_0 - T_P}{T_p - T_\infty} = \dfrac{he}{\lambda_s} = Bi$ reste valable en remplaçant h par h_x à l'abscisse x.

Soit :

$$\frac{T_0 - T_1}{T_1 - T_\infty} = \frac{h_x e}{\lambda_s} = Bi$$

On arrive ainsi à une définition locale du nombre de Biot :

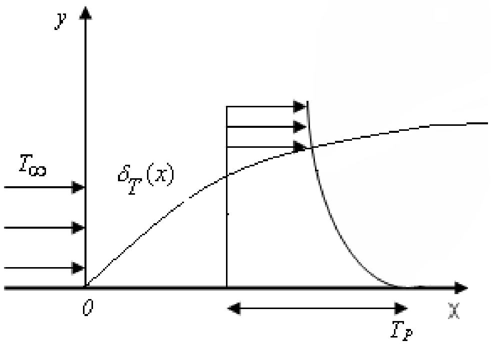
$$Bi_x = \frac{h_x e}{\lambda_s}$$

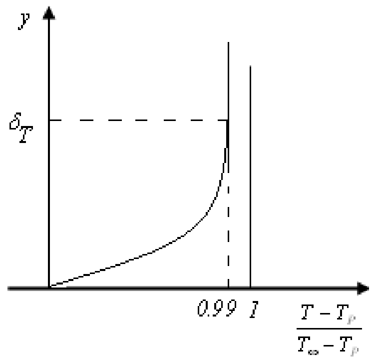


Champ de température avec condition de 4ème espèce

II-2- Approche expérimentale

L'exemple le plus simple est celui de l'écoulement d'un fluide qui arrive à vitesse uniforme U_∞ parallèlement à une plaque plane. L'écoulement incident est à T_∞ et que T_p température de surface de la plaque plane.





Répartition transversale de la température ***Caractérisation de*** δ_T

Si on observe le champ de température *T(y)* on constate une variation progressive de T_p *à* T_∞ d'abord rapide puis de plus en plus long que l'on pénètre dans l'écoulement.

La région dans laquelle *T* varie de façon significative est appelée « couche limite thermique ». On définit de façon conventionnelle que l'épaisseur de couche limite thermique δ_T par :

$$\frac{T(\delta_T) - T_p}{T_\infty - T_p} = 0,99 \qquad \text{(III-1)}$$

$$0 < \frac{T - T_p}{T_\infty - T_p} < 1 \qquad \forall\ T_p\ et\ T_\infty$$

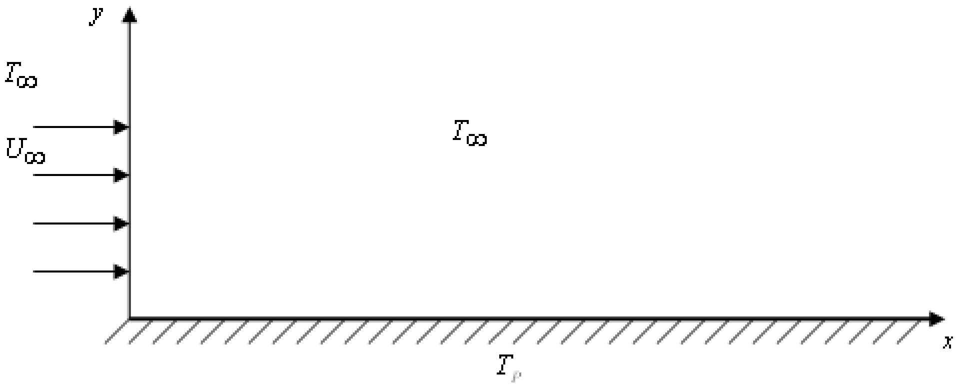
C’est à dire à l’abscisse *x=L* la couche limite thermique possède une épaisseur δ_T (x) tel que la relation (III-1) existe. Autrement dit, à l’ordonnée *y*= δ_T , l’écart de température par rapport à la surface est égale à 99% de l’écart total $T_\infty - T_p$.

L’expérience montre que δ_T évolue le long de la paroi, s’épaissit quand on s’éloigne du bord d’attaque ce qui se traduit par l’apparition d’un gradient de température accompagné d’un flux de chaleur dirigé de la paroi vers le fluide ou de fluide vers la paroi selon le signe de $T_\infty - T_p$.

II-3- Équations de la couche limite laminaire.

On considère un écoulement avec les hypothèses suivantes :

- Ecoulement permanent $(\frac{\partial}{\partial t} = 0)$
- Ecoulement extérieur unidimensionnel et parallèle à la paroi U_∞
- Écoulement extérieur isotherme T_∞.
- $T_p = T_p(x)$ température de paroi imposée.
- Fluide isochore $\rho = cste$, avec propriétés physiques indépendantes de T c’est à dire la variation $T_p - T_\infty$ faible.



Écoulement près d’une paroi

Remarque : La théorie de la couche limite dynamique ne sera pas exposée (voir cours de mécanique des fluides).

Le phénomène thermique du problème posé est décrit par l’équation

$$U\frac{\partial T}{\partial x} + V\frac{\partial T}{\partial y} = a\left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2}\right) \qquad \text{(III-2)}$$

Dans la couche limite, cette équation va pouvoir être légèrement simplifiée. En effet :

- on observe que le gradient de température reste localisé à proximité de la surface.

- Si x abscisse mesuré depuis le point de départ du phénomène thermique, on a $\delta_T(x) << x$

De cela on tire que

$$\frac{\partial T}{\partial x} << \frac{\partial T}{\partial y} \quad et \quad \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} << \frac{\partial^2 T}{\partial y^2}$$

Ainsi l'équation (III-2) devient

$$U\frac{\partial T}{\partial x} + V\frac{\partial T}{\partial y} = a\frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \qquad \text{(III-3)}$$

On sait que le champ de vitesse est solution des équations de la couche limite dynamique. L'ensemble du phénomène dynamique et thermique est finalement décrit par le système d'équations suivantes :

-*Continuité*

$$\frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial y} = 0 \qquad \text{(III-4)}$$

-*Quantité de mouvement*

$$U\frac{\partial U}{\partial x} + V\frac{\partial U}{\partial y} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p^*}{\partial x} + \upsilon\frac{\partial^2 U}{\partial y^2} \qquad \text{(IIII-5)}$$

$$\frac{\partial P^*}{\partial y} = 0 \quad avec \quad p^* = p + \rho g z \qquad \text{(IIII-6)}$$

-*Conservation d'énergie*

$$U\frac{\partial T}{\partial x} + V\frac{\partial T}{\partial y} = a\frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \qquad \text{(III-7)}$$

Problème de convection forcée T dépend de *U* et *V* tandis que *U* et *V* sont indépendants de T (problème non couplé).

II-4- Résolution du problème par la méthode des solutions affines. Méthode de Blasius pour une paroi à température uniforme

Bien souvent, le problème le plus difficile n'est pas d'établir les équations, mais de les résoudre avec des conditions aux limites appropriées. On pose un cas simple celle des solutions affines de Blasius appliquée aux problèmes de transmission de chaleur entre une plaque plane et un fluide s'écoulant parallèlement à sa surface. Les résultats de ce cas particulier sont très importants.

La méthode de Blasius repose sur l'hypothèse de similitude (ou affinité) des profils de vitesse dans la couche limite laminaire, exprimés par la relation :

$$u = U_\infty f(\eta) \qquad \text{(III-8)}$$

Avec $\eta = y/\delta(x)$

et $\delta(x) = (\frac{\nu x}{U_\infty})^{1/2} = \frac{x}{Re_x^{1/2}}$ Épaisseur de la couche limite dynamique à l'abscisse x

Ce qui permet d'écrire que $\eta = y/\delta(x) = \frac{y}{(\frac{\nu x}{U_\infty})^{1/2}} = \frac{y}{x} Re_x^{1/2}$

Les équations de la couche limite sont résolues en déterminant une fonction de courant ψ qui satisfait automatiquement à l'équation de continuité, soit

$$u=\frac{\partial \psi}{\partial y}\ et\ v=-\frac{\partial \psi}{\partial x}$$

avec

$$u=\frac{\partial \psi}{\partial y}=U_{\infty} f(\eta) \Rightarrow \psi=U_{\infty}\int f(\eta)dy$$

On a $\quad y=\eta\delta(x) \Rightarrow dy=\delta(x)d\eta$

Ce qui permet d'écrire la fonction ψ sous la forme

$$\psi=U_{\infty}\delta(x)\,F(\eta) \qquad avec \quad F(n)=\int f(\eta)d\eta$$

Où $F(\eta)$ désigne une fonction de courant adimensionnelle. Les composantes de la vitesse en fonction $F(\eta)$ sont alors :

$$u=\frac{\partial \psi}{\partial y}=\frac{\partial \psi}{\partial \eta}.\frac{\partial \eta}{\partial y}=U_{\infty}F' \qquad\qquad F'=\frac{dF}{d\eta}=f(\eta)$$

Et

$$v=-\frac{\partial \psi}{\partial x}=-\frac{1}{2}(\frac{U_{\infty}\nu}{x})^{1/2}F(\eta)-(U_{\infty}\upsilon x)^{1/2}F'(\eta)\frac{\partial \eta}{\partial x}$$

- ✓ Les dérivées premières de la composante de vitesse ***u*** sont :

$$\frac{\partial u}{\partial x}=U_{\infty}F''(\eta)\frac{\partial \eta}{\partial x} \qquad \text{et} \qquad \frac{\partial u}{\partial y}=U_{\infty}F''(\eta)\frac{\partial \eta}{\delta x}$$

- ✓ La dérivée seconde est :

$$\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}=U_{\infty}F'''\frac{1}{\delta^2}$$

En introduisant les expressions ainsi obtenues dans l'équation de quantité de mouvement, on obtient :

$$FF''+2F'''=0 \tag{III-9}$$

C'est une équation différentielle non linéaire du 3ème ordre. Cette équation représente l'équation de Blasius. Pour la résolution de cette équation il faut avoir recours à une méthode numérique sous la forme d'une série de Taylor (on obtient des abaques).

Pour le problème thermique, on reporte U et V dans l'équation d'énergie (III-7), il vient :

$$U_{\infty}F'\frac{\partial T}{\partial x}+U_{\infty}\frac{d\delta(x)}{dx}(\eta F'-F)\frac{dT}{dy}=a\frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \tag{III-10}$$

Si on prend la même similitude que pour la vitesse, on aura :

$$T = T(\eta) \Rightarrow$$
$$\frac{\partial T}{\partial y} = \frac{\partial T}{\partial \eta}\frac{\partial \eta}{\partial y} = (\frac{U_\infty}{x\upsilon})^{1/2}\frac{\partial T}{\partial \eta}$$
$$\frac{\partial^2 T}{\partial y^2} = \frac{U_\infty}{x\upsilon}\frac{\partial^2 T}{\partial \eta^2}$$
$$\frac{\partial T}{\partial x} = \frac{\partial T}{\partial \eta}\frac{\partial \eta}{\partial x} = -\frac{1}{2}\frac{y}{x^{3/2}}(\frac{U_\infty}{\upsilon})^{1/2}\frac{\partial T}{\partial \eta}$$
$$\frac{d\delta}{dx} = \frac{1}{2}(\frac{\upsilon}{xU_\infty})^{1/2}$$

En remplaçant ces expressions dans l'équation d'énergie (III-10) on obtient :

$$-\frac{1}{2}\eta F'\frac{\partial T}{\partial \eta} + \frac{1}{2}(\eta F' - F)\frac{\partial T}{\partial \eta} = \frac{a}{\upsilon}\frac{\partial^2 T}{\partial \eta^2}$$

Soit

$$2T'' + P_r FT' = 0 \qquad \text{(III-11)}$$

On voit apparaître le nombre de Prandtl $\frac{\upsilon}{a}$ caractéristique du couplage dynamique– thermique.
La fonction F est solution de l'équation de Blasius (III-9), Soit :

$F = \frac{-2F'''}{F''}$ Qu'on reporte dans l'équation d'énergie (III-11),Il vient :

$$\frac{T''}{T'} = Pr\frac{F'''}{F''}$$ T et F sont fonctions de η

Par intégration successive de l'équation ci-dessus, on obtient :

$$T' = K\left(F''\right)^{Pr} \qquad \text{(III-12)}$$

Et

$$T(\eta) - T(0) = T - T_p = k\int_0^n (F'')^{\mathrm{Pr}} d\eta$$

* si $\eta \to \infty$, $T \to T_\infty \Rightarrow k = \dfrac{T_\infty - T_p}{\int_0^\infty (F'')^{\mathrm{Pr}} d\eta}$

* si $\eta = 0$, $F(0)=0$ et $F'(0)=0$

Sachant que $\eta = y/\delta(x)$
C'est le même résultat que :

* $y = 0$, $\dfrac{T - T_p}{T_\infty - T_p} = \dfrac{T_P - T_p}{T_\infty - T_p} = 0$ *et* $\dfrac{U}{U_\infty} = \dfrac{0}{U_\infty} = 0 = F'$ *et* $v = 0 \Rightarrow F = 0$

* $y \to \infty$ $\dfrac{T - T_p}{T_\infty - T_p} = \dfrac{T_\infty - T_p}{T_\infty - T_p} = 1$ *et* $\dfrac{U}{U_\infty} = \dfrac{U_\infty}{U_\infty} = 1$

Finalement :

$$\frac{T-T_p}{T_\infty - T_p} = T^+(\eta) = \frac{\int_0^{n} (F'')^{\Pr} d\eta}{\int_0^{\infty} (F'')^{\Pr} d\eta} \qquad \text{(III-13)}$$

Remarque si $Pr = 1 \Rightarrow T^+(\eta) = F'(\eta)$

$T^+(\eta)$ Elle peut être calculé numériquement en fonction de η puisque F est ses dérivées ont été calculé numériquement et tabulées.

On définit l'épaisseur de la couche limite thermique $\delta_T(x)$ tel que :

$$\frac{T(\delta_T)-T_p}{T_\infty - T_p} = T^+(\eta_T) = 0,99$$

On le calcul numériquement à partir de

$$T^+(\eta_T) = 0,99 = \frac{\int_0^{n_T} (F'')^{\Pr} d\eta}{\int_0^{\infty} (F'')^{\Pr} d\eta} \qquad \text{(III-14)}$$

Ce qui nous permet de calculer η_T, d'après la relation (III-14), on constate que η_T ne dépend que de Pr., et par suite :

Sachant que $\eta = y/\delta(x) \Rightarrow \eta_T = \dfrac{\delta_T(x)}{\delta(x)} = \delta_T \sqrt{\dfrac{U_\infty}{\upsilon x}}$

Pour $Pr \geq 0,6$, $\eta_T\,(Pr)$ peut être approché par la relation $\eta_T = Pr^{-1/3}$ (calcul de Pohlhausen).

Soit $\delta_T = \delta Pr^{-1/3}$ ou encore $\dfrac{\delta_T}{\delta} = Pr^{-1/3}$ (III-15)

Si $Pr=1 \Rightarrow \delta_T = \delta$ même épaisseur de la couche limite dynamique et thermique. La répartition des vitesses est, par conséquent, identique à la répartition des températures.

Une interprétation en fonction des processus physiques se traduit par le fait que le transfert de quantité de mouvement est analogue, pour *Pr=1,* au transfert de chaleur.

D'après la relation (III-15) on constate que l'épaisseur de la couche limite thermique est plus grande que l'épaisseur de la couche limite dynamique (*Pr<1*).

Exemple :

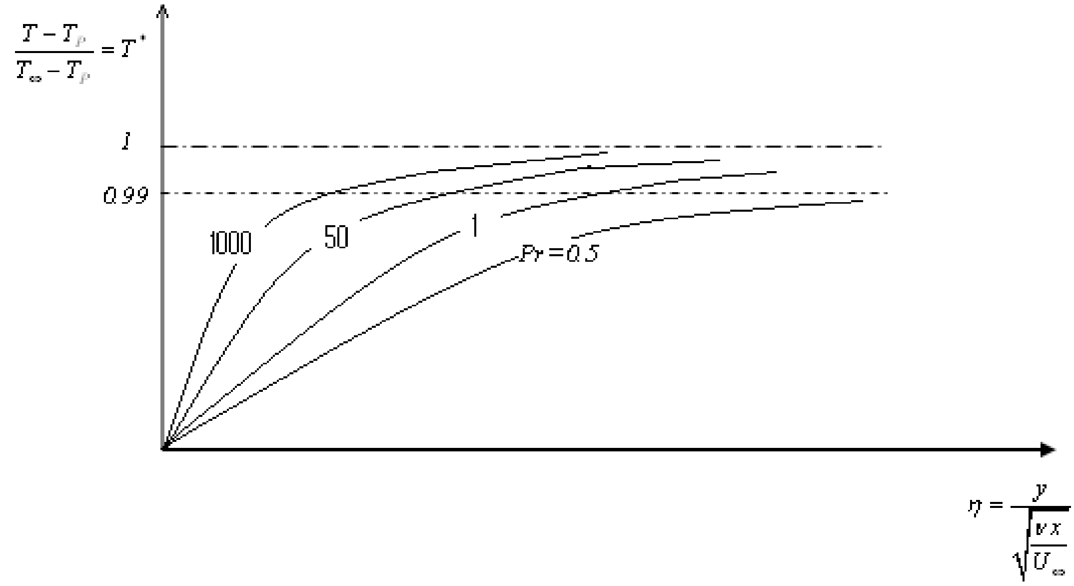
Air $\Pr = 0,7 \Rightarrow \delta_T = 1,128$

Vapeur d'eau $\Pr \approx 1 \Rightarrow \delta_T \approx \delta$

Eau $\delta_T > 2 \Rightarrow \delta_T < \delta$

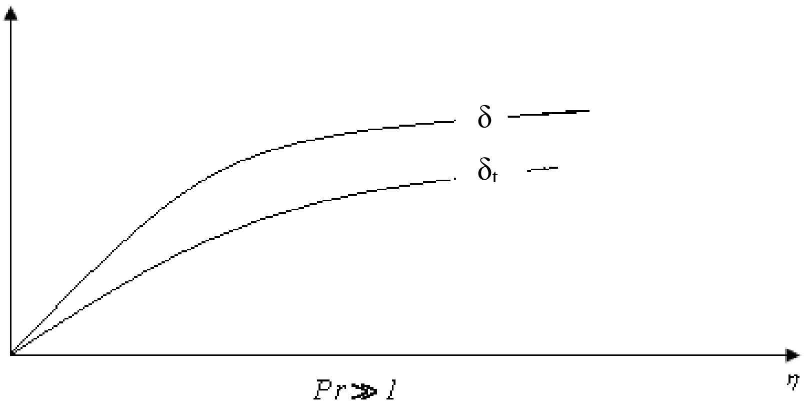
Pour les métaux liquides $Pr = 1$ (métaux liquides)

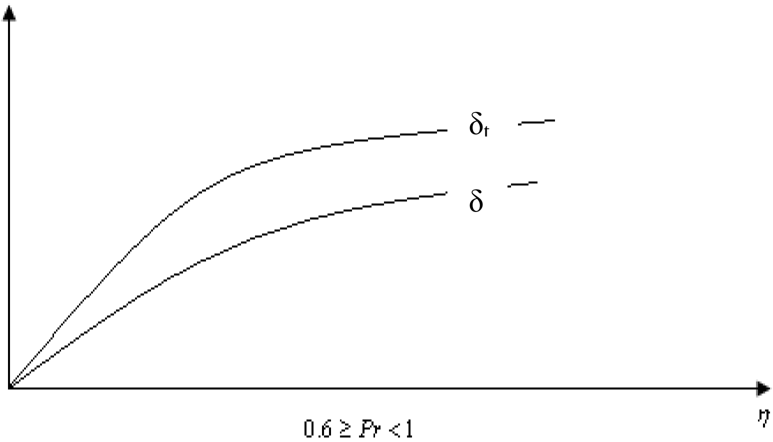
$$\eta_T = \Pr^{1/2} \Rightarrow \frac{\delta}{\delta_T} = \Pr^{1/2}$$



Profils de température dans la couche limite laminaire
Calculer par la méthode de Blasius

Pr=50	*Pr=7*	*Pr=1*	*Pr=0,65*
η_T *=10*	η_T *=0,52*	η_T *=1*	η_T *1,16*





Comparaison Couche limite dynamique et thermique pour $Pr \gg 1$ et $0.6 \geq Pr < 1$

III- Densité de flux de chaleur et coefficient d'échange

La densité de flux de chaleur locale $\varphi_\rho(x)$ a pour valeur

$$\varphi_\rho(x) = -\lambda \frac{\partial T}{\partial y})_{y=o} = -\lambda(T_\infty - T_p)\frac{dT^+}{d\eta}\frac{d\eta}{dy})_{\eta=y=o} \qquad \text{(III-16)}$$

Avec $\eta = y/\delta(x) \quad et \quad \frac{\partial \eta}{\partial y} = \frac{1}{\delta(x)} = \sqrt{\frac{U_\infty}{\nu x}}$

ce qui donne

$$\varphi_\rho(x) = -\lambda(T_\infty - T_p)T^{+}{}'(o)\sqrt{\frac{U_\infty}{\nu x}} \qquad \text{(III-17)}$$

$T^{+'}$(o) dépend du nombre de *Pr* (voir expression (III-12)).
En générale, on trouve qu'il y deux possibilités d'approximation de $T^{+'}$(o) suivant la valeur du paramètre Pr.

Pr > 0,6 on a $T^{+'}(\text{o}) \simeq \frac{1}{3}\text{Pr}^{1/3}$

Pr << 1 $T^{+'}(0) \simeq 0{,}565\,\text{Pr}^{1/2}$

III-1 : Cas Pr > 0,6 $\Rightarrow$ $T^{+'}(o) \simeq \frac{1}{3}\text{Pr}^{1/3}$

Le coefficient d'échange locale h_x est donné par :

$$\varphi_\rho(x) = h_x(T_p - T_\infty)$$

Soit

$$h_x = \frac{\varphi_\rho(x)}{T_p - T_\infty} = \lambda\frac{1}{3}\text{Pr}^{1/3}\sqrt{\frac{U_\infty}{\upsilon x}} \qquad \text{(III-18)}$$

Où sous forme d'un groupement adimensionnel :

Avec les équations aux dimensions suivantes.

$$h_x \to \frac{w}{m^2 \circ c} \Rightarrow \left[MT^{-3}\theta^{-1}\right] \quad et \quad \rho CpU_\infty \to \frac{Kg}{m^3}\frac{J}{Kg\circ c}\frac{m}{s} \Rightarrow \left[MT^{-3}\theta^{-1}\right]$$

On appel

$$St_x = \frac{hx}{\rho CpU_\infty} \text{ : Nombre de Stanton local}$$

Ce qui donne

$$St_x = \frac{1}{3}\left(\frac{\upsilon}{U_\infty x}\right)^{1/2}\left(\frac{a}{\upsilon}\right)^{2/3} \quad avec \quad a = \frac{\lambda}{\rho Cp}, \quad \upsilon = \frac{\mu}{\rho}$$

$$St_x = \frac{1}{3}Re_x^{-1/2}Pr^{-2/3} \qquad \text{(III-19)}$$

On souligne que d'après les expressions (III-18) et (III-19) $h_x, \varphi_\rho(x)\ et\ St_x$ n'ont pas une valeur constante sur la paroi, mais dépendent de x (distance à l'origine).

Les valeurs moyennes seront souvent préférées, de $h_x, \varphi_\rho(x)\ et\ St_x$ sur une plaque plane de longueur L

$$h = \frac{1}{L}\int_o^L h_x dx = \frac{1}{L} cste \int_o^L \frac{1}{x^{1/2}} dx = cste\ \frac{2}{L^{1/2}}$$

C'est à dire

$$h = \frac{2}{3}\left(\frac{U_\infty}{L}\right)^{1/2} \frac{\lambda^{2/3}(\rho Cp)^{1/3}}{\nu^{1/6}} = 2h_x \qquad \text{(III-20)}$$

De même le nombre St est donné par

$$St = \frac{1}{L}\int_o^L St_x dx = \frac{2}{3} \mathrm{Re}_L^{-1/2} \mathrm{Pr}^{-2/3} = 2St_x \qquad \text{(III-21)}$$

III- 2 : Cas $\mathrm{Pr} << 1$ $\qquad T^{+'}(o) = 0{,}565\,\mathrm{Pr}^{1/2}$

$$\varphi_\rho(x) = -0{,}565\,\lambda\,(T_\infty - T_p)\left(\frac{U_\infty}{\nu x}\right)^{1/2} \mathrm{Pr}^{1/2} \qquad \text{(III-22)}$$

$$h_x = 0{,}565\left(\frac{U_\infty}{x}\right)^{1/2} (\lambda\,\rho\,Cp)^{1/2} \qquad \text{(III-23)}$$

$$St_x = 0{,}565\,\mathrm{Re}_x^{-1/2}\,\mathrm{Pr}^{-1/2} = 0{,}565\,Pe_x^{-1/2}, \quad Pe \text{ Nombre de Peclet.} \qquad \text{(III-24)}$$

Les valeurs moyennes de $h_x\ et\ St_x$ sont données par :

$$h = 1{,}13\left(\frac{U_\infty}{L}\right)^{1/2} (\lambda\,\rho\,Cp)^{1/2} \qquad \text{(III-25)}$$

$$St = 1{,}13 \quad Pe_L^{-1/2} \qquad \text{(III-26)}$$

III- 3 : Remarques- Conclusions :

Une étude de sensibilité de *h* vis à vis de chacune des caractéristiques contenues dans les formules (III-20) ou (III-25) est irréalisable, c'est à dire que *les fluides ne sont pas des fonctions mathématiques dans lesquelles on peut faire varier un paramètre indépendamment des autres,* quand on change de fluide, les propriétés physiques $\lambda, \mu, \rho\ et\ Cp$ changent simultanément. Donc une analyse effectuée séparément sur une des propriétés physique $\lambda, \mu ...,$ est illusoire (non physique) par contre on peut isoler les paramètres géométrique L et, dynamique U_∞.

De même dans le nombre de Stanton St expression (III-21) et (III-26), $St = f(\mathrm{Re}, \mathrm{Pr})$ dissocier l'influence respective de *Re* ou *Pr* en se basant sur les variations des propriétés physiques, c'est une erreur, car, par exemple, une variation de *Pr* se répercute automatiquement sur *Re* par l'intermédiaire de ν.

****

****